Formulas, teorēmas un paņēmieni (pieļaujamām burtu vērtībām)

Algebra un kombinatorika

$$C_{n+1}^{k+1} = C_n^k + C_n^{k+1}$$

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k\, a^{n-k} b^k = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \ldots + C_n^k a^{n-k} b^k + \ldots + C_n^{n-1} a b^{n-1} + C_n^n b^n$$

$$\log_{a^k} x = \frac{1}{k} \cdot \log_a x$$

Bezū teorēma

Polinomu $P(x)$ dalot ar $(x-a)$, atlikums $R = P(a)$.

Ģeometriskā progresija

$S = \frac{b_1}{1-q} \qquad (|q| < 1)$

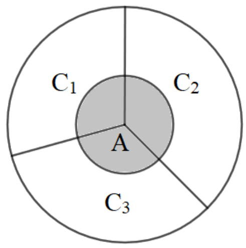
Matemātiskās indukcijas princips

Ja izteikums $A(n)$ ir patiess gadījumā, kad $n = 1$, un ja no šī izteikuma patiesuma jebkuram skaitlim $n = k$ izriet, ka tas ir patiess skaitlim $n = k + 1$, tad izteikums $A(n)$ ir patiess jebkuram naturālam skaitlim n.

1. Indukcijas bāze: pārbauda, vai $A(1)$ ir patiess ($n = 1$).
2. Induktīvais pieņēmums: pieņem, ka $A(k)$ ir patiess ($n = k$).
3. Induktīvā pāreja: pierāda, ka tādā gadījumā arī $A(k + 1)$ ir patiess ($n = k + 1$).
4. Secinājums: secina, ka $A(n)$ ir patiess visām naturālām n vērtībām.

Varbūtību teorija un statistika

Ja A un B – savienojami notikumi, tad $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.



Pilnās varbūtības formula

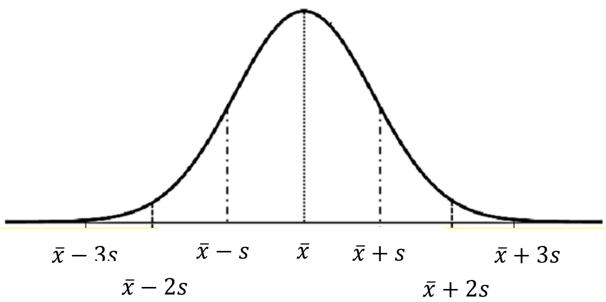
Ja C_1, C_2, C_3 – nesavienojami notikumi, kas veido pilnu notikumu kopu, tad
$P(A) = P(C_1 \cap A) + P(C_2 \cap A) + P(C_3 \cap A)$ jeb
$P(A) = P(C_1) \cdot P(A|C_1) + P(C_2) \cdot P(A|C_2) + P(C_3) \cdot P(A|C_3)$.

Bernulli formula

$P_n(m) = C_n^m \cdot p^m \cdot q^{n-m}$,
kur n – mēģinājumu skaits, m – labvēlīgo iznākumu skaits,
p – labvēlīga iznākuma varbūtība atsevišķā mēģinājumā, $q = 1 - p$.

Normālsadalījuma 1, 2 un 3 standartnoviržu likums

Intervālā $(\bar{x} - s;\ \bar{x} + s)$ atrodas ≈ 68,3 % visu gadījuma lieluma vērtību.
Intervālā $(\bar{x} - 2s;\ \bar{x} + 2s)$ atrodas ≈ 95,5 % visu gadījuma lieluma vērtību.
Intervālā $(\bar{x} - 3s;\ \bar{x} + 3s)$ atrodas ≈ 99,7 % visu gadījuma lieluma vērtību.



Regresijas taisnes vienādojums: $y - \bar{y} = k(x - \bar{x})$, kur $\bar{x}, \bar{y}$ – attiecīgi mainīgo x, y vidējās vērtības

Diskrēta gadījuma lieluma varbūtību sadalījums: $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$

Diskrēta gadījuma lieluma sagaidāmā vērtība: $E(X) = \sum_{i=1}^{n} p_i\, x_i$

Binomiāla varbūtību sadalījuma sagaidāmā vērtība: $E(X) = n \cdot p$

Plaknes figūras

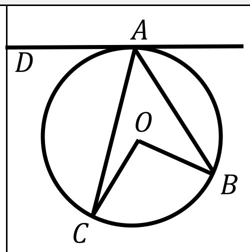
$$S_\Delta = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$S_\Delta = pr\ ;\ S_\Delta = \frac{abc}{4R}$$, kur

p - pusperimetrs,

r - ievilktās riņķa līnijas rādiuss,

R - apvilktās riņķa līnijas rādiuss



Ievilktais leņķis

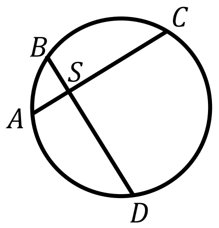
$$\sphericalangle BAC = \frac{1}{2}\sphericalangle BOC = \frac{1}{2}\overset{\frown}{BC}$$

Hordas–pieskares leņķis

$$\sphericalangle DAC = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AC}$$

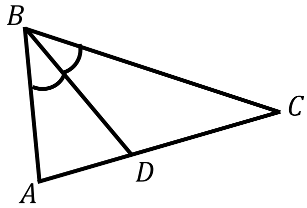
Krustiskas hordas

$$AS \cdot SC = BS \cdot SD$$



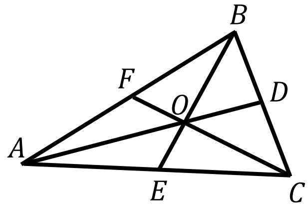
Bisektrises īpašība

$$\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC}$$



Mediānu īpašība

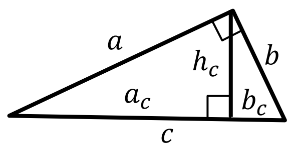
$$\frac{AO}{OD} = \frac{BO}{OE} = \frac{CO}{OF} = \frac{2}{1}$$



Eiklīda teorēma taisnleņķa trijstūrī

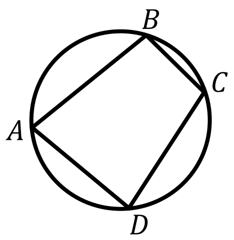
$$a^2 = a_c \cdot c \qquad b^2 = b_c \cdot c$$

$$h_c^2 = a_c \cdot b_c$$



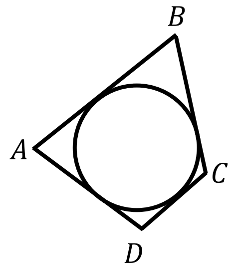
Ievilkts četrstūris

$$\sphericalangle A + \sphericalangle C = \sphericalangle B + \sphericalangle D$$



Apvilkts četrstūris

$$AB + CD = AD + BC$$



Telpiskie ķermeņi

Lodes daļas

$$S_{segm} = 2\pi RH$$

$$V_{segm} = \pi H^2\left(R - \frac{H}{3}\right)$$

$$V_{sekt} = \frac{2}{3}\pi R^2 H$$

H - segmenta augstums,

R - lodes rādiuss

Nošķelts konuss

$$S_{sānu} = \pi(R_1 + R_2) \cdot l$$

$$V = \frac{\pi H}{3}(R_1^2 + R_1 R_2 + R_2^2)$$

H - nošķeltā konusa augstums,

R_1, R_2 - pamatu rādiusi,

l - veidule

Slīpa prizma

$$S_{sānu} = P_n \cdot l$$

$$V = S_n \cdot l = S_{pam} \cdot H$$

l - sānu šķautnes garums,

H - augstums,

P_n- normālšķēluma perimetrs,

S_n - normālšķēluma laukums,

S_{pam} - pamata laukums

Nošķelta piramīda

$$S_{sānu\ reg.} = \frac{1}{2}(P_1 + P_2) \cdot h_s$$

$$V = \frac{H}{3}\left(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2}\right)$$

P_1, P_2 - pamatu perimetri,

S_1, S_2 - pamatu laukumi,

h_s - apotēma

Vektori un analītiskā ģeometrija

Ja $\vec{a} = (a_x;\ a_y;\ a_z)$ un $\vec{b} = (b_x;\ b_y;\ b_z)$, tad

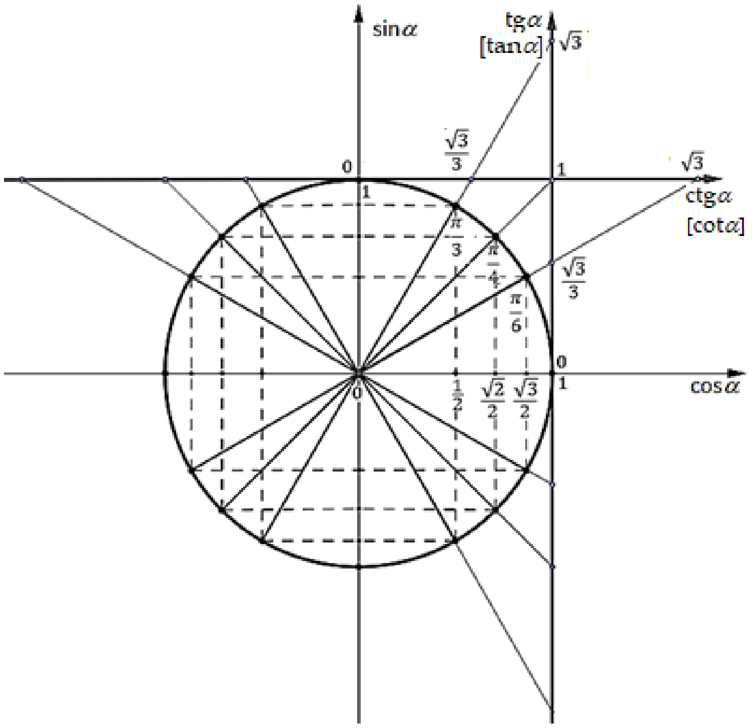
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\alpha,\ \text{kur}\ \alpha = \sphericalangle(\vec{a};\vec{b})$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

Attālums no punkta $(x_0;\ y_0)$ līdz taisnei $Ax + By + C = 0$

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Trigonometrija	



$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \qquad [= \tan\alpha]$$

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} \qquad [= \cot\alpha]$$

$$\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = 1 \qquad [\tan\alpha \cdot \cot\alpha = 1]$$

$$1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha} \qquad [= 1 + \tan^2\alpha]$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha} \qquad [= 1 + \cot^2\alpha]$$

$$\operatorname{tg}2\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg}^2\alpha} \qquad \left[\tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha}\right]$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta}{1 \mp \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}$$

$$\left[\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{1 \mp \tan\alpha\tan\beta}\right]$$

$$\sin\alpha \pm \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha \pm \beta}{2}\cos\frac{\alpha \mp \beta}{2}$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha + \beta}{2}\cos\frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha + \beta}{2}\sin\frac{\alpha - \beta}{2}$$

Funkcijas robeža

$\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$, kur $f(x)$ – nepārtraukta punktā $x = a$

Robežu pamatīpašības

Ja k ir konstante un eksistē galīgas robežas

$\lim\limits_{x \to a} f(x)$ un $\lim\limits_{x \to a} g(x)$, tad

$$\lim_{x \to a}\big(k \cdot f(x)\big) = k \cdot \lim_{x \to a} f(x)$$

$$\lim_{x \to a}\big(f(x) \pm g(x)\big) = \lim_{x \to a} f(x) \pm \lim_{x \to a} g(x)$$

$$\lim_{x \to a}(f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x \to a} f(x) \cdot \lim_{x \to a} g(x)$$

$$\lim_{x \to a}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim\limits_{x \to a} f(x)}{\lim\limits_{x \to a} g(x)}, \text{ kur } \lim_{x \to a} g(x) \neq 0$$

Darbības ar robežām, kuras vienādas ar 0 vai ∞

Ja $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \infty$ un k – konstante, tad

$$\lim_{x \to a} kf(x) = \infty$$

$$\lim_{x \to a}\frac{k}{f(x)} = 0$$

Ja $\lim\limits_{x \to a} f(x) = 0$ un k – konstante, tad

$$\lim_{x \to a} kf(x) = 0$$

$$\lim_{x \to a}\frac{k}{f(x)} = \infty$$

Robežu nenoteiktību novēršana

Ja, aprēķinot robežu racionālai daļveida funkcijai, iegūst nenoteiktību $\left(\frac{0}{0}\right)$, tad daļas skaitītāju un saucēju sadala reizinātājos un saīsina daļu.

Ja, aprēķinot robežu racionālai daļveida funkcijai, iegūst nenoteiktību $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$, tad daļas skaitītāju un saucēju dala ar mainīgā augstāko pakāpi.

Funkcijas atvasinājums

Pamatfunkciju atvasinājumi

$C' = 0$

$x' = 1$

$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$

$(\sqrt{x})' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

$(\sin x)' = \cos x$

$(\cos x)' = -\sin x$

$(e^x)' = e^x$

$(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$

Atvasināšanas kārtulas

$(C \cdot u)' = C \cdot u'$

$(u \pm v)' = u' \pm v'$

$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$

$\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$

$f'(u(x)) = f'(u) \cdot u'(x)$

kur C – konstante,

u, v – argumenta x

funkcijas

Atvasinājuma ģeometriskā interpretācija

Grafika pieskares vienādojums punktā $(x_0;\ f(x_0))$

$y - f(x_0) = k(x - x_0)$, kur $k = f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha$

α – pieskares leņķis ar Ox ass pozitīvo virzienu

Atvasinājuma fizikālā interpretācija

Ja koordināta atkarībā no laika t ir $x(t)$, tad

ātrums $v(t) = x'(t)$,

paātrinājums $a(t) = v'(t) = x''(t)$

Integrālis

Ja $F(x)$ ir funkcijas $f(x)$ primitīvā funkcija, tad $F'(x) = f(x)$.

Nenoteiktais integrālis: $\int f(x)dx = F(x) + C$, kur $F(x)$ – viena no $f(x)$ primitīvajām funkcijām,

C – integrācijas konstante

$$\int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \qquad (n \neq -1)$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$

$$\int \sin x \, dx = -\cos x + C$$

$$\int \cos x \, dx = \sin x + C$$

$$\int e^x \, dx = e^x + C$$

Ņūtona–Leibnica formula

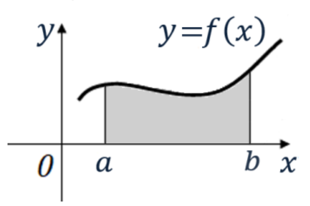
Ja $F(x)$ – funkcijas $f(x)$ primitīvā funkcija intervālā $[a; b]$, tad

$$\int_a^b f(x)\, dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

Līklīnijas trapeces laukums

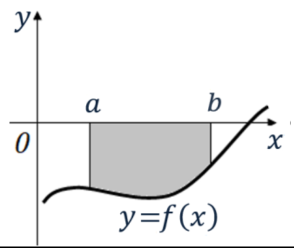
Ja $f(x) \geq 0$, kad $x \in [a; b]$, tad

$$S_{l\_trap} = \int_a^b f(x)\, dx$$

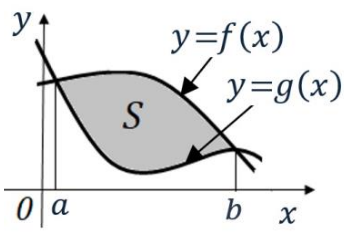


Ja $f(x) \leq 0$, kad $x \in [a; b]$, tad

$$S_{l\_trap} = \left| \int_a^b f(x)\, dx \right|$$

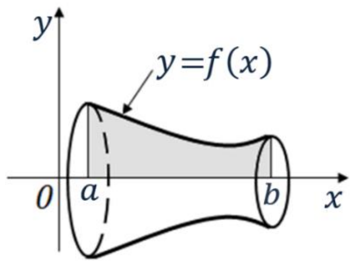


Plaknes figūras laukums starp divām līknēm



$$S = \int_a^b \big(f(x) - g(x)\big)\, dx$$

Rotācijas ķermeņa tilpums



$$V = \pi \int_a^b \big(f(x)\big)^2\, dx$$